Single Pure – Quadratic Inequalities

Solve the following inequalities. Remember that if the answer lies in one region of the number line it is stated in the form "smallest $< x <$ largest". If it is two regions it is "$x <$ smallest **or** $x >$ biggest". You must use the word **'or'**! Not the word 'and'.

Also remember that the type of the inequality sign is preserved.
Therefore questions involving $<$ or $>$ have $<$ and/or $>$ in the answer.
And questions involving $\leqslant$ or $\geqslant$ have $\leqslant$ and/or $\geqslant$ in the answer.

1. $(x-3)(x+5) > 0$. Do not multiply out! — $x < -5$ or $x > 3$
2. $(x-6)(x-7) \leqslant 0$. Do not multiply out! — $6 \leqslant x \leqslant 7$
3. $x(x+3) > 0$. Do not multiply out! — $x < -3$ or $x > 0$
4. $(x+7)(x-1) > x^2$. — $x > \frac{7}{6}$
5. $x^2 < x + 6$. — $-2 < x < 3$
6. $x^2 - 2x - 35 \geqslant 0$. — $x \leqslant -5$ or $x \geqslant 7$
7. $-x^2 \leqslant 12x + 32$. — $x \leqslant -8$ or $x \geqslant -4$
8. $x^2 > x$. — $x < 0$ or $x > 1$
9. $0 \leqslant -x^2 - 15x - 50$. — $-10 \leqslant x \leqslant -5$
10. $-x^2 + 7x > 12$. — $3 < x < 4$
11. $x^2 \geqslant 49$. — $x \leqslant -7$ or $x \geqslant 7$
12. $-x^2 \geqslant 5x$. — $-5 \leqslant x \leqslant 0$
13. $x^2 + 45 < -14x$. — $-9 < x < -5$
14. $5x^2 - 12 > 11x$. — $x < -\frac{4}{5}$ or $x > 3$
15. $7x^2 \leqslant 4x$. — $0 \leqslant x \leqslant \frac{4}{7}$
16. $6x^2 > x + 1$. — $x < -\frac{1}{3}$ or $x > \frac{1}{2}$
17. $-10x^2 + 17x + 6 \geqslant 0$. — $-\frac{3}{10} \leqslant x \leqslant 2$
18. $45x^2 < 450x$. — $0 < x < 10$
19. $10x^2 + 35 > 75x$. — $x < \frac{1}{2}$ or $x > 7$
20. $\pi x^2 + 3\pi x > 10\pi$. — $x < -5$ or $x > 2$
21. $20\pi x^2 > 10\pi x + 60\pi$. — $x < -2$ or $x > \frac{3}{2}$
22. $5x^2 \leqslant 6$. — $-\frac{\sqrt{30}}{5} \leqslant x \leqslant \frac{\sqrt{30}}{5}$
23. $x^2 - 2x - 5 > 0$. — $x > 1 + \sqrt{6}$ or $x < 1 - \sqrt{6}$
24. $x^2 > 3 - x$. — $x < \frac{-1-\sqrt{13}}{2}$ or $x > \frac{-1+\sqrt{13}}{2}$

25. $3x^2 + 15x < 6$. $\frac{-5-\sqrt{33}}{2} < x < \frac{-5+\sqrt{33}}{2}$

Now try these rather harder questions (a sketch, like above, is vital).

26. $(x + 1)(x + 3)(x + 5) > 0$. $-5 < x < -3$ or $x > -1$

27. $(2x + 1)(x - 4)(x - 1) < 0$. $x < -\frac{1}{2}$ or $1 < x < 4$

28. $-(x + 3)(4 - x)(5 - x) \geqslant 0$. $x \leqslant -3$ or $4 \leqslant x \leqslant 5$

29. $0 > x(x - 2)(2x + 1)$. $x < -\frac{1}{2}$ or $0 < x < 2$

30. $x(2x + 3)(5x - 2) \geqslant 0$. $-\frac{3}{2} \leqslant x \leqslant 0$ or $x \geqslant \frac{2}{5}$

31. $(x - 1)(x - 2)(x - 3)(x - 4) < 0$. $1 < x < 2$ or $3 < x < 4$

32. $x(x - 2)^2(x - 9) \geqslant 0$. $x \leqslant 0$ or $x = 2$ or $x \geqslant 9$

33. $(x - 2)^2(x + 3)^2 \leqslant 0$. $x = 2$ or $x = -3$

34. $\cos x < 0$ for $-360° < x < 360°$. $-270° < x < -90°$ or $90° < x < 270°$

35. $\sin x \geqslant \frac{1}{2}$ for $0° \leqslant x \leqslant 720°$. $30° \leqslant x \leqslant 150°$ or $390° \leqslant x \leqslant 510°$

36. $\tan x \geqslant \sqrt{3}$ for $0° \leqslant x \leqslant 260°$. $60° \leqslant x < 90°$ or $240° \leqslant x \leqslant 260°$